

Теория 10. Записать формулой основную догму
символьной динамики и прокомментировать её.

студентка 2 курса магистратуры Кобзева В.М.

21 декабря 2020 г.

Записать формулой основную догму символьной динамики и прокомментировать её.

Под **символьной динамикой** понимают обычно тот специальный раздел общей теории динамических систем, в котором изучаются каскады и потоки, порожденные гомеоморфизмом сдвига σ в различных пространствах Σ последовательностей

$$\omega = \{\omega_n\}_{-\infty}^{+\infty},$$

где ω_n – буквы некоторого алфавита $\mathcal{L} : \sigma\{\omega_n\} = \{\omega_{n+1}\}$.

Когда говорят о **методах символической динамики**, то имеют в виду изучение произвольных ДС при помощи символической модели, в которых последовательность букв соответствует траекториям изучаемой системы, а отображение σ – некоторому сдвигу вдоль этих траекторий.

Наиболее эффективными методы символической динамики оказываются в тех ситуациях, где изучаемые детерминированные системы обнаруживают аналогию со случайными процессами.

Записать формулой основную догму символьной динамики и прокомментировать её.

Рассмотрим следующие рассуждения, чтобы понять, откуда в строго детерминированной системе возникнут аналогии со случайным процессом.

Пусть на фазовом пространстве X действует динамическая система с дискретным временем (каскад) $\{f^n : n \in \mathbb{Z}\}$, порожденная отображением $f : X \rightarrow X$. Эта система строго детерминирована: задав точное начальное состояние x_0 , мы однозначно определяем траекторию $x_n = f^n x_0, n \in \mathbb{Z}$.

Предположим теперь, что мы наблюдаем за системой, регистрируя показания некоторого прибора, который обладает ограниченной точностью, может показывать только конечный набор значений $1, \dots, m$;

Другими словами, $X = \bigcup_{i=1}^m E_i$ и при $x \in E_i$ прибор показывает значение i . Множества E_i , вообще говоря, могут пересекаться и тогда стрелка прибора будет стоять между делениями (но пока это не учитываем в наших рассуждениях).

Записать формулой основную догму символьной динамики и прокомментировать её.

Пусть ω_0 – начальное показание прибора, то есть $x_0 \in E_{\omega_0}$. Через время t образ $f^t E_{\omega_0}$ множества может оказаться весьма вытянутым и может пересекаться более чем с одним из множеств E_i . Поэтому результат наблюдения в момент времени t значением ω_0 определяется неоднозначно. Произошла кажущаяся потеря детерминизма, вызванная не вмешательством случая, а нашим предположением о невозможности точного определения положения фазовой точки.

Регистрируя показания прибора для всех моментов времени, мы получаем отображение $\psi : X \rightarrow \Sigma$, сопоставляющее точке x последовательность $\omega = \{\omega_n\}_{-\infty}^{+\infty}$ так, что

$$\psi(x) = \omega = \{\omega_n\} \iff f^n x \in E_{\omega_n} \iff x \in \bigcap_n f^{-n} E_{\omega_n}.$$

Данное соотношение называется **основной догмой символической динамики**.

Записать формулой основную догму символьной динамики и прокомментировать её.

При удачном выборе "прибора" то есть множеств E_i , основная догма символьной динамики может дать важную информацию о свойствах каскада $\{f^n\}$. В этом случае, рассматриваемая ДС обладает свойствами, присущими вероятностным марковским цепям и их топологическим аналогам.